

# Übungen zur Vorlesung Numerik I

(Blatt 3)

Sommersemester 2004

**Abgabe der Aufgaben bis 11.05.04, 17.00 Uhr  
im Postfach 84 Ebene 6**

## Aufgabe 1:

(4 Punkte)

Formen Sie die Ausdrücke

a)  $y = \frac{1}{1+2x} - \frac{1-x}{1+x}$

b)  $y = \frac{1 - \cos(x)}{x^2}$

so um, dass für kleine (positive)  $x$  keine Auslöschung auftritt.

## Aufgabe 2:

(3 Punkte)

Sei  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$  gegeben durch  $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2(x_2 - x_3)^2$ .

- a) Bestimmen sie die Verstärkungsfaktoren  $k_{1i}(x)$ ,  $i = 1, 2, 3$ .
- b) Sei  $\tilde{x} = x + \Delta x$  eine Näherung von  $x = (2.00, 1.00, 0.98)$  mit  $|\Delta x_i| \leq 0.005$ . Schätzen Sie mit Hilfe der Verstärkungsfaktoren den relativen Fehler von  $f$  ab.

## Aufgabe 3:

(4 Punkte)

Der Ausdruck  $y = \ln(x - \sqrt{x^2 - 1})$  soll für  $x = 30$  berechnet werden. Die Wurzel  $w = \sqrt{x^2 - 1}$  wird dabei einer 5-stelligen Tafel entnommen:

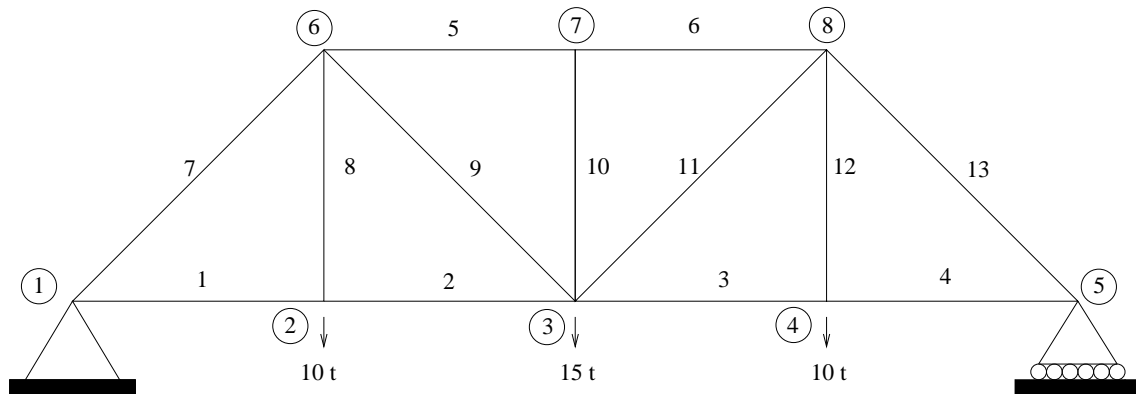
$$w = \sqrt{899} \approx 29.983.$$

- a) Wie groß wird der absolute Fehler?
- b) Man stabilisiere den Ausdruck durch Umformung und bestimme den absoluten Fehler bei der Auswertung des umgeformten Ausdruckes.

Hinweis: Betrachten Sie geeignete Funktionen  $f(w)$  mit  $w = \sqrt{x^2 - 1}$ .

**Aufgabe 4:**

(4 Punkte)



Die Figur stellt eine Brücke dar, die linksseitig fest montiert und rechtsseitig auf einem beweglichen Gerüst gelagert ist.

Die Knotenpunkte (1) - (8) sind statische Gleichgewichtspunkte, d.h. die Summe der in  $x$ -Richtung wirkenden Kräfte  $F_x$  ist dort Null, ebenso wie die Summe der in  $y$ -Richtung wirkenden Kräfte  $F_y$ .

Stellen Sie das zugehörige Gleichungssystem für die Kräfte  $f_1$  bis  $f_{13}$  auf, indem Sie die Gleichgewichtspunkte der Knotenpunkte ausnutzen. Beachten Sie hierbei, daß durch die feste Verankerung von Knotenpunkt (1) zwei Gleichungen entfallen und für Knotenpunkt (5) nur eine Kraftgleichung in  $x$ -Richtung benötigt wird.

Beispielsweise gilt für den Knotenpunkt (3):

$$\begin{aligned} 0 = \sum F_x &= -\alpha f_9 - f_2 + \alpha f_{11} + f_3 \\ 0 = \sum F_y &= \alpha f_9 + f_{10} + \alpha f_{11} - 15 \end{aligned}$$

mit  $\alpha = \sin(45^\circ)$ .